

1. Comprueba que la siguiente expresión trigonométrica es cierta: $4\operatorname{sen}\frac{\pi}{6} + \sqrt{2}\operatorname{cos}\frac{\pi}{4} + \operatorname{cos}\pi = 2$
2. Comprueba que la siguiente expresión trigonométrica es cierta: $2\sqrt{3}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{3} + 4\operatorname{sen}\frac{\pi}{6} - 2\operatorname{sen}\frac{\pi}{2} = 3$
3. Sin usar la calculadora, deduce las razones trigonométricas del ángulo 75 grados
4. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{sec}\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha$
5. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{cotg}\alpha \cdot \operatorname{sec}\alpha \cdot \operatorname{cosec}\alpha = 1$
6. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha}$
7. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{cotg}\alpha - \frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{\operatorname{cotg}\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$
8. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cosec}\alpha} = \operatorname{cos}\alpha$
9. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{cos}\alpha}$
10. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cotg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha} = \frac{1}{\operatorname{cos}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha}$
11. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{cotg}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = \operatorname{cotg}^2\alpha \cdot \operatorname{sen}^2\alpha$
12. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $(\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{cos}\alpha)^2 + (\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{cos}\alpha)^2 = 2$
13. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{1 - \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{cos}\alpha} = \frac{\operatorname{cos}\alpha}{1 + \operatorname{sen}\alpha}$
14. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha} = \frac{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{cos}\alpha}{\operatorname{cos}\alpha - \operatorname{sen}\alpha}$
15. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{1 + \operatorname{tg}^2\alpha}{\operatorname{cotg}\alpha} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cos}^2\alpha}$
16. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta} = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta$
17. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{sen}x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$
18. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{1 - \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{x}{2}} = \operatorname{cos}x$
19. Comprueba la siguiente igualdad trigonométrica:
 $\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{cos}^2\beta = \operatorname{sen}^2\beta - \operatorname{cos}^2\alpha$
20. Comprueba la siguiente igualdad trigonométrica: $\operatorname{cos}^2\alpha \cdot \operatorname{cos}^2\beta - \operatorname{sen}^2\alpha \cdot \operatorname{sen}^2\beta = \operatorname{cos}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\beta$

21. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica $tg x = \frac{2 tg \frac{x}{2}}{1 - tg^2 \frac{x}{2}}$

22. En un triángulo ABC, rectángulo en A, demuestra que se cumplen las siguientes igualdades:

▪ $\sqrt{1 - \widehat{sen}^2 B} = \frac{c}{a}$

▪ $\widehat{sen} B \cdot \widehat{cos} C = 1$

▪ $\frac{\widehat{sen} B}{\widehat{cos} C} = 1$

23. Resuelve la ecuación: $\widehat{sen} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) - \sqrt{2} \widehat{sen} x = 0$

24. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\sqrt{2} \widehat{cos} \left(\frac{x}{2} \right) - \widehat{cos} x = 1$

25. Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: $\widehat{sen} 2\alpha \cdot \widehat{cosec} \alpha = tg \alpha + \widehat{sec} \alpha$

26. Resuelve la ecuación trigonométrica: $\widehat{sen} (\pi - x) = \widehat{cos} \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) + \widehat{cos} \pi$

27. Resuelve la ecuación: $tg^2 \frac{x}{2} + 1 = \widehat{cos} x$

28. Resuelve la ecuación: $2 \widehat{sen}^2 \frac{x}{2} + \widehat{cos} 2x = 0$

29. Resuelve la ecuación: $\widehat{cos} 2x + 3 \widehat{sen} x = 2$

30. Resuelve la ecuación $\sqrt{3} \widehat{sen} \frac{x}{2} + \widehat{cos} x - 1 = 0$

31. Resuelve la ecuación $2 \widehat{sen} x = tg 2x$

32. Resuelve la ecuación $\widehat{cos} x \cdot \widehat{cos} 2x + 2\widehat{cos}^2 x = 0$

33. Resuelve la ecuación $tg 2x \cdot tg x = 1$

34. Resuelve la ecuación: $\widehat{sen} \left(\frac{\pi}{6} - x \right) + \widehat{cos} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \frac{1}{2}$

35. Resuelve la ecuación: $\widehat{sen} 2x - 2 \widehat{cos}^2 x = 0$

36. Resuelve la ecuación: $\widehat{cos} 2x - 3 \widehat{sen} x + 1 = 0$

37. Resuelve la ecuación: $4 \widehat{sen}^2 x \widehat{cos}^2 x + 2\widehat{cos}^2 x - 2 = 0$

38. Resuelve la ecuación: $4 \widehat{sen}^2 x + \widehat{sen} x \widehat{cos} x - 3 \widehat{cos}^2 x = 0$

PISTA : Divide todo por ...

39. Resuelve la ecuación: $\widehat{cos}^2 \frac{x}{2} + \widehat{cos} x - \frac{1}{2} = 0$

40. Resuelve la ecuación $2 \cdot \widehat{cos}^2 x + \widehat{cos} x - 1 = 0$

41. Resuelve la ecuación: $2 \widehat{sen}^2 x - 1 = 0$

42. Resuelve la ecuación: $tg^2 x - tg x = 0$

43. Resuelve la ecuación: $2 \operatorname{sen}^2 x + 3 \operatorname{cos} x = 3$

44. Resuelve la ecuación: $4 \operatorname{cos}(2x) + 3 \operatorname{cos} x = 1$

45. Resuelve la ecuación
 $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \operatorname{tg} x = 1$

46. Resuelve la ecuación $\operatorname{sen} 2x \cdot \operatorname{cos} x = 6 \cdot \operatorname{sen}^3 x$

47. Resuelve la ecuación: $2 \operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x = -1$

48. Resuelve la ecuación: $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$

49. Resuelve la ecuación: $2 \operatorname{cos}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{cos} x = 0$

50. Resuelve la ecuación: $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{cos}^2 x = 1$

51. Resuelve la ecuación: $\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 0$

52. Resuelve la ecuación: $2 \operatorname{cos}^2 x + \operatorname{sen} x = 1$

53. Resuelve la ecuación: $3 \operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3} \operatorname{tg} x = 0$

54. Calcula $\operatorname{cos} \frac{5\pi}{3} + \operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$

55. Calcula $\sqrt{3} \operatorname{cos} \frac{\pi}{6} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \operatorname{cos} \frac{\pi}{4} - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} \frac{\pi}{3}$

56. En un triángulo ABC , rectángulo en A , comprueba que se cumplen las siguientes igualdades:

▪ $c = a \cdot \operatorname{cos} \hat{B}$

▪ $b = a \cdot \operatorname{sen} \hat{C}$

▪ $c \cdot \tan \hat{B} = b$

▪ $a = \frac{b}{\operatorname{cos} \hat{C}}$

▪ $b = \frac{c}{\tan \hat{B}}$

57. Calcula $\operatorname{sen} \frac{5\pi}{4} + \operatorname{cos} \frac{3\pi}{4} - \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4}$

58. Halla el valor de la siguiente expresión: $5 \operatorname{cos} \frac{\pi}{2} - \operatorname{cos} 0 + 2 \operatorname{cos} \pi - \operatorname{cos} \frac{3\pi}{2} + \operatorname{cos} 2\pi$

59. Halla el valor de la siguiente expresión: $5 \operatorname{tg} \pi + 3 \operatorname{cos} \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{tg} 0 + \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} - 2 \operatorname{sen} 2\pi$

60. Simplifica la siguiente expresión trigonométrica: $\frac{2 \cdot \operatorname{cos} (45^\circ + \alpha) \cdot \operatorname{cos} (45^\circ - \alpha)}{\operatorname{cos} 2\alpha}$

61. Simplifica la siguiente expresión y calcula su valor para $\alpha = 90^\circ$

$$\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{1 - \operatorname{cos}^2 \alpha}$$

62. Sin usar la calculadora y sabiendo que $\operatorname{sen} 12^\circ = 0,2$ y $\operatorname{sen} 37^\circ = 0,6$, halla las razones trigonométricas de 49°

Sin usar la calculadora y sabiendo que $\operatorname{sen} 12^\circ = 0,2$ y $\operatorname{cos} 37^\circ = 0,6$, halla las razones trigonométricas de 49°

63. Sin usar la calculadora y sabiendo que $\text{sen } 12^\circ = 0,2$ y $\text{cos } 37^\circ = 0,8$, halla las razones trigonométricas de 25°
64. Sabiendo que $\text{sen } x = \frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, averigua $\text{sen } 2x$
65. Sabiendo que $\text{sen } x = \frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, averigua $\text{tg} \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
66. Sabiendo que $\text{tg } \alpha = \frac{2}{3}$ y que $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, halla $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$
67. Sabiendo que $\text{sen } x = \frac{3}{5}$ y que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, averigua $\text{tg} \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
68. Sabiendo que $\text{tg } \alpha = \frac{2}{3}$ y que $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$, halla $\text{sen} (180^\circ - \alpha)$
69. Sabiendo que $\text{tg } \alpha = \frac{2}{3}$ y que $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$, halla $\text{cos} (180^\circ + \alpha)$
70. Comprueba si se verifica la siguiente igualdad trigonométrica: $2 \text{tg } x \cdot \text{cos}^2 \frac{x}{2} - \text{sen } x = \text{tg } x$
71. Comprueba que se cumple la siguiente igualdad trigonométrica:

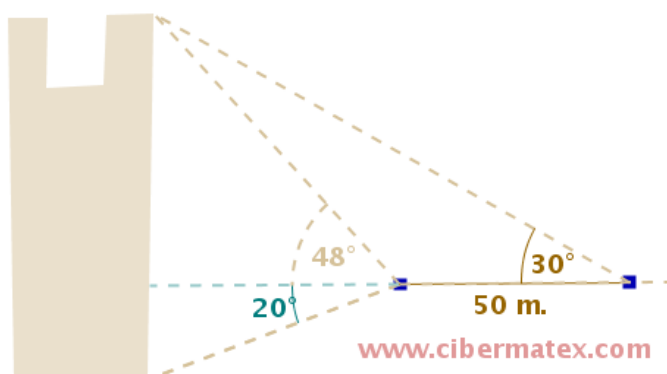
$$\frac{\text{sen} (\alpha + \beta)}{\text{sen} (\alpha - \beta)} = \frac{\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta}{\text{tg } \alpha - \text{tg } \beta}$$
72. Demuestra que se cumple la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{2 \text{sen } \alpha - \text{sen } 2\alpha}{2 \text{sen } \alpha + \text{sen } 2\alpha} = \text{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$$
73. Demuestra que se cumple la siguiente igualdad trigonométrica:

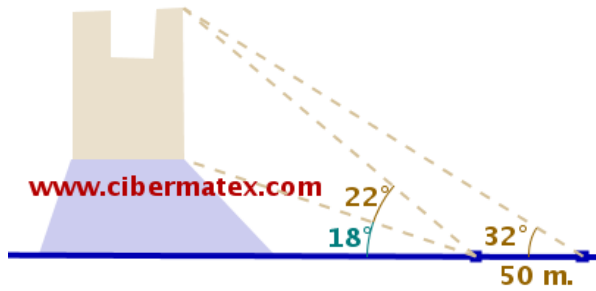
$$\text{cos } \alpha \cdot \text{cos} (\alpha - \beta) + \text{sen } \alpha \cdot \text{sen} (\alpha - \beta) = \text{cos } \beta$$
74. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\text{cos} \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \text{cos} \left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \text{cos } x$$
75. Demuestra la siguiente igualdad:

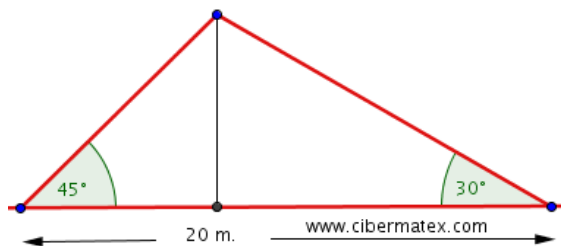
$$\frac{\text{cos} (\alpha - \beta)}{\text{cos} (\alpha + \beta)} = \frac{1 + \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \beta}{1 - \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \beta}$$
76. Calcula la altura de la siguiente torre:



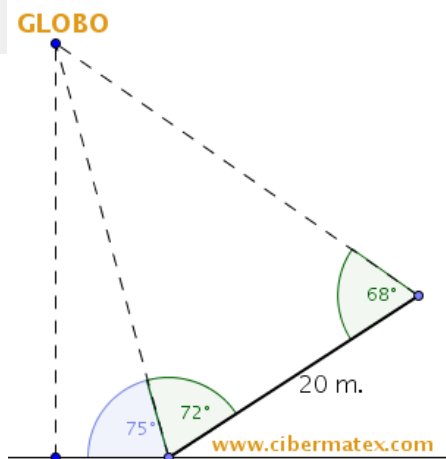
77. Calcula la altura de la siguiente torre:



78. Halla las diagonales de un rombo de lado 8 cm. y ángulo menor 38 grados.
79. Al recorrer 3 km. por una carretera, cuyo ángulo de inclinación es constante, hemos ascendido 280 m. ¿Qué ángulo forma la carretera con la horizontal?
80. En un rectángulo de lados 8 cm. y 12 cm. y de vértices A, B, C y D, dibujamos dos puntos M y N sobre su diagonal AC, de forma que los segmentos MB y ND sean perpendiculares a dicha diagonal. Halla la distancia entre M y N.
81. Dos circunferencias tangentes de radios 4m. y 9m. son además tangentes a los lados de un ángulo agudo (por la parte interior del mismo, por lo que sus centros estarán situados sobre la bisectriz de dicho ángulo). Halla el valor del ángulo.
82. En el interior de un ángulo de 30° dibujamos dos circunferencias de radios 10 cm y 13 cm. tangentes a ambos lados del ángulo (sus centros estarán situados sobre la bisectriz del ángulo). Averigua la distancia entre ambos centros.
83. Tres de los ángulos interiores de un cuadrilátero inscrito en un circunferencia de centro 6 cm. miden 60, 80 y 100 grados respectivamente. Halla el perímetro del cuadrilátero.
84. Hemos colocado un cable sobre un mástil, según la figura. ¿Cuánto miden el cable y el mástil?



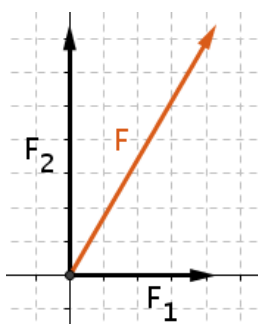
85. Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo con la diagonal de una de sus caras.
86. Halla la altura de un globo conociendo los datos del siguiente esquema:



87. Una persona está situada al lado de un árbol proyecta una sombra de 66 cm. y el árbol proyecta una sombra de 2,3 m. Sabiendo que la persona mide 1,78 m. halla la altura del árbol y el tipo de árbol que es.

88. Comprueba que se cumplen las siguientes igualdades en la imagen adjunta:

- $F_1 = F \cdot \cos 60^\circ$
- $F_2 = F \cdot \sin 60^\circ$



89. Simplifica la expresión: $\operatorname{sen} \alpha \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$

90. Simplifica la expresión: $\operatorname{sen}^3 \alpha + \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos}^2 \alpha$

91. Simplifica la expresión: $\sqrt{1 - \operatorname{sen} \alpha} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{sen} \alpha}$

92. Simplifica la expresión: $\operatorname{sen}^4 \alpha - \operatorname{cos}^4 \alpha$

93. Simplifica la siguiente expresión trigonométrica: $\operatorname{cos}^3 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha \operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{sen}^3 \alpha$

94. Simplifica la siguiente expresión trigonométrica: $\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos} \alpha \left(\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)$

95. Simplifica la siguiente expresión trigonométrica: $\frac{\operatorname{cos}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos}^4 \alpha - \operatorname{sen}^4 \alpha}$

96. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, sabiendo que los ángulos x e y son del primer cuadrante:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \sqrt{3} \\ \operatorname{cos} x + \operatorname{cos} y = 1 \end{cases}$$

97. Resuelve el sistema de ecuaciones trigonométricas, sabiendo que los ángulos x e y pertenecen

al primer cuadrante.
$$\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 y = \frac{3}{4} \\ \operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

98. En un triángulo de vértices A, B y C (rectángulo en A) comprueba que se cumplen las siguientes igualdades:

- $a = \frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}}$
- $c = \frac{b}{\operatorname{tg} \hat{C}}$
- $\operatorname{tg} \hat{B} \cdot \operatorname{tg} \hat{C} = 1$
- $\operatorname{sen} \hat{B} - \operatorname{cos} \hat{C} = 0$

99. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{2\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}(2\alpha)}{2\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}(2\alpha)} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$$

100. Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica:

$$2 \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{sen}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{tg}\alpha$$

101. Demuestra que se cumple la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{2\operatorname{sen}x - \operatorname{sen}2x}{2\operatorname{sen}x + \operatorname{sen}2x} = \frac{1 - \operatorname{cos}x}{1 + \operatorname{cos}x}$$

102. Demuestra que se cumple la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{\operatorname{cos}(a+b) + \operatorname{cos}(a-b)}{\operatorname{sen}(a+b) + \operatorname{sen}(a-b)} = \operatorname{tg} a$$